Introduzione*

Molte moderne teorie dell'intelligenza hanno messo in luce come la metacognizione possa essere considerata una chiave di volta delle operazioni di pensiero. Non c'è quindi da sorprendersi che un approccio metacognitivo sia stato applicato allo studio di operazioni di pensiero e, in particolare, del problem solving. Inoltre, data la fecondità dei concetti metacognitivi nell'ambito scolastico e della patologia dell'apprendimento, un settore privilegiato di interesse della metacognizione applicata al pensiero ha riguardato l'apprendimento della matematica e i disturbi connessi. Della ricerca e della teorizzazione in questo campo, tuttavia, solo una modesta parte ha interessato — e quasi sempre indirettamente — la conoscenza metacognitiva, mentre l'attenzione è stata prevalentemente rivolta all'analisi dei processi di controllo. Il presente programma, oltre a introdurre in ambito nazionale alcune linee di intervento sui processi di controllo suggerite anche da alcuni studiosi nordamericani, propone un lavoro educativo sulla conoscenza metacognitiva in matematica. Si prosegue in questo modo lungo un percorso logico e operativo iniziato diversi anni fa (si veda per es. Cornoldi, 1987) per lo studio delle riflessioni che un bambino sviluppa sul funzionamento della mente e poi approdato alla proposta di programmi di intervento relativi alla memoria (Cornoldi e Caponi, 1991), lettura (De Beni e Pazzaglia, 1991) e al metodo di studio (Cornoldi, De Beni e gruppo MT, 1993). In varie sperimentazioni (si veda per es. Lucangeli et al., 1995) abbiamo potuto infatti dimostrare che non solo l'intervento sui processi di controllo, ma anche quello sulla conoscenza metacognitiva può indurre notevoli progressi nella capacità di apprendimento di uno studente.

Nella presente introduzione passeremo in rassegna la ricerca metacognitiva applicata alla matematica, dalla conoscenza metacognitiva ai processi di controllo, a cui seguirà la presentazione del programma da noi elaborato.

Credenze e stereotipi relativi alla matematica

Nel nostro quadro teorico di riferimento la conoscenza metacognitiva si riferisce alle idee, intuizioni, vissuti, ecc. che riguardano una determinata area di funzionamento

---

* La prima parte di questa Introduzione è stata preparata per il volume di C. Cornoldi, *Metacognizione e apprendimento*, Bologna, Il Mulino, 1995. Per gentile concessione dell'editore, essa viene qui ripubblicata in versione modificata.

cognitivo e che possono essere considerati anche indipendentemente dall'effettiva attività cognitiva. In particolare distinguiamo fra: a) un atteggiamento metacognitivo (Cornoldi, 1987) che concerne gli aspetti generali della conoscenza metacognitiva più direttamente connessi alla sfera emotiva e propensi ad utilizzare la propria conoscenza; b) conoscenze specifiche.

Nell'ambito della matematica, quest'ultima distinzione ci sembra valere in modo particolare. Per esempio, l'impressione che la matematica sia difficile, coinvolga più direttamente l'autostima, o sia una disciplina da evitare costituiscono aspetti di un atteggiamento metacognitivo generale ove si fondono gli elementi della classica triade rappresentata da conoscenze, emozioni e conseguenze comportamentali. Al contrario, l'idea che i problemi lunghi sono difficili costituisce un esempio di conoscenza metacognitiva specifica.

Studenti, più o meno giovani, impegnati anche duramente in compiti matematici, non possono non aver sviluppato idee, intuizioni, atteggiamenti e stati d'animo relativi a quest'area di studi. Per esempio, vari sondaggi nel mondo della scuola hanno messo in luce come la matematica non goda di un elevato tasso medio di popolarità, rivelando così un dato sconfortante e importante che provoca serie conseguenze sullo sviluppo delle preferenze di studio e sulle scelte curriculari. Questo dato sembra valere soprattutto per le scuole medie e medie superiori, mentre alle elementari le indicazioni possono essere parzialmente diverse. Inoltre va aggiunto che la motivazione alla matematica non è necessariamente connessa al successo nella disciplina, perciò dei vissuti emotivi negativi nei confronti della matematica hanno radici più generali e non dipendono direttamente dalle sole esperienze di insuccesso.

Per esempio, Bonetti e Centurioni (1980) non hanno individuato uno stretto rapporto fra motivazione e successo. Esse hanno proposto in una prima ricerca a 44 bambini di quinta elementare un *Questionario di motivazione alla matematica* composto da 15 item che presentava una modesta correlazione (0.29) con il successo in matematica. In una seconda indagine, le ricercatrici hanno somministrato a 90 bambini di quinta elementare un semplice *Questionario sulle preferenze di studio* e hanno potuto verificare che il gradimento per la matematica è modestamente correlato con la capacità di risolvere problemi a base verbale e non è correlato affatto con l'abilità di risolvere problemi visivi. Un'altra osservazione al riguardo che si rileva spesso è che i bambini hanno più paura della matematica e delle sue prove che di quelle relative ad altre materie, in quanto sperimentano maggiore ansietà e timore di sbagliare quando hanno a che fare con un compito di matematica. Ecco parte dell'intervista a una ragazzina di prima media che ci può rilevare alcuni pensieri degli studenti riguardo la matematica.

Domanda: Per quello che pensi tu e senti dire dai ragazzi della tua e di altre classi, c'è più ansia per le prove di Italiano o per quelle di Matematica?
Risposta: Matematica sicuramente.
Domanda: Perché?
Risposta: Perché in matematica una cosa è giusta o sbagliata e quindi si può sbagliare completamente.
Domanda: Anche in Inglese però ci sono delle regole. Allora incontrate gli stessi problemi con l'Inglese? Per esempio, se non sai la regola del genitivo sbagli tutti i genitivi.
Risposta: No, l'Inglese è diverso, non è che sbagli del tutto, puoi sbagliare un po', ma solo in parte, e poi...

Domanda: E poi?

Risposta: E poi, in Matematica devi sapere anche le definizioni e non puoi dirle sbagliate. Invece in Inglese la regola del genitivo sassone la puoi dire come vuoi tu, basta che dimostri di saperla usare.

Domanda: E poi?

Risposta: E poi in Matematica non è come l'Inglese che in qualche modo ci puoi arrivare lo stesso arrangiandoti un po'. Ci devi proprio arrivare giusto. E non si è sicuri neanche se si sa la regola, perché qualche volta non basta applicarla, ci vuole intuizione.

Domanda: Vedi qualche altra differenza?

Risposta: Beh, almeno nella mia classe, gli insegnanti hanno un atteggiamento diverso. In Matematica devi proprio saperlo fare, invece in Inglese ti puoi aiutare anche guardando un po' dai compagni. I professori di Matematica di solito allontanano i banchi e stanno attentissimi che non si copii, quelli di Inglese lasciano fare di più.

Domanda: Altre cose ancora?

Risposta: Beh, la Matematica è più difficile. L'Inglese basta saperlo: bisogna imparare e poi si sa. Invece in Matematica c'è di più da capire.

Domanda: Per esempio?

Risposta: I problemi, i concetti. Non puoi impararli a memoria, perché devi ragionarci.

Queste risposte descrivono un modo tipico di considerare la Matematica. La differenza che la ragazzina vede fra le materie non può essere imputata a un diverso successo scolastico, perché la ragazzina è fra le prime della classe in tutte le discipline, e in particolare eccelle in Matematica, né a caratteristiche specifiche della sua professoressa di Matematica che — per opinione generale — è competente, affabile e anche piuttosto tollerante (cosa che però non esclude che essa rispecchi il modello di comportamento e di rappresentazione della materia tipica dei suoi colleghi). È curioso, per esempio, che per l'Inglese si possa copiare di più che per la Matematica (forse perché una materia linguistica è più basata sulla comunicazione e quindi anche un compito è autorizzato a includerne alcuni aspetti, mentre l'insegnante di matematica fa fatica a comprendere che la soluzione di problemi richiede spesso anche l'abilità di lavorare in gruppo). Un altro aspetto interessante che sembra differenziare effettivamente gli insegnanti riguarda l'accuratezza delle definizioni di concetti e regole: le caratteristiche di un triangolo o della proprietà commutativa devono essere definite con assoluta precisione, mentre per la regola del genitivo sassone è sufficiente la sua corretta applicazione.

Per esempio, se l'insegnante di Inglese chiede a scuola di fare, ovvero di *tradurre una frase* col genitivo sassone, si accontenta dell'uso, mentre se l'insegnante di Matematica chiede di *ripetere la definizione* della proprietà commutativa, sottolinea l'importanza della definizione. Spesso l'insegnante di Matematica, nella sua credenza metacognitiva ingenua, è convinto che il ragazzo non impari a memoria la definizione, ma semplicemente la enunci in modo corretto perché ne ha compreso il principio sottostante. Ma siamo sicuri che il ragazzo comprenda la richiesta in questo modo? Soprattutto gli studenti con qualche difficoltà sembrano considerare la richiesta nei termini di essere in grado di ripetere meccanicamente la definizione. Essi valutano talvolta come sbagliate delle risposte che sono sostanzialmente giuste, anche se formalmente meno eleganti. Un'altra idea di frequente associata alla matematica è che questa investa abilità intellettive centrali. Un soggetto che riesce molto bene in matematica è considerato più intelligente rispetto a un altro che riesce bene in altre materie.

L'insuccesso in matematica appare più definitivo e irreversibile di quello in altre materie, in cui, si pensa, con un po' più di applicazione e aiuto si possono ottenere dei discreti risultati. La difficoltà degli insegnanti a far cooperare gli studenti può essere intesa anche da questo punto di vista, nel senso che un'impresa che inerisce alle strutture intellettive individuali più profonde non si ritiene possa essere condivisa. Si può aggiungere che, per quanto riguarda l'intuizione in matematica, spesso non ci si riferisce all'intera intelligenza, ma soltanto ad alcune sue componenti molto centrali. Inoltre, molte di queste componenti vengono associate soprattutto allo stereotipo maschile. Fennema (1985) ha dimostrato che quest'idea è particolarmente presente a partire dagli 11 anni (mentre altre ricerche anticipano di molto questo fenomeno) e ha delle implicazioni per l'atteggiamento differenziato con cui maschi e femmine affrontano i compiti matematici. Infatti, Fennema ha osservato che le femmine hanno meno persistenza nei compiti matematici, minore fiducia e minore autostima.

La ricerca della Fennema è una delle tante che hanno esaminato il rapporto fra attribuzione e successo in matematica, in questo caso rinvenendo nei maschi un numero maggiore di attribuzioni dei successi alla propria abilità e di insuccessi alla mancanza di impegno, condizione ovviamente ottimale per mantenere alta la propria autostima nell'ambito delle abilità matematiche. È interessante osservare come queste credenze si sviluppino progressivamente. Carr e Jessup (1994) riportano dati per cui bambini e bambine non si differenziano nel tipo di attribuzioni all'inizio della prima elementare. Già alla fine dell'anno si riscontra una maggiore tendenza delle femmine ad attribuire i propri insuccessi matematici a mancanza di abilità: questo effetto può essere attribuito al ruolo della scuola (Ames, 1984), ma anche della famiglia, dal momento che altre ricerche hanno mostrato che le attribuzioni dei genitori vengono trasmesse ai figli (Parsons et al., 1982). Dalla ricerca della Carr (Carr e Jessup, 1994; Carr et al., 1994) emerge confermata una relazione fra attribuzione appropriata e successo in matematica e in particolare strategicità. Ci si può aspettare che, da un lato, chi è più bravo sviluppi migliori attribuzioni e dall'altro che, nella direzione inversa, così come è stato osservato per altri contesti si è studiato il rapporto fra attribuzione e prestazione (si veda per es. Cornoldi e De Beni, 1995), chi ha una migliore attribuzione operi più efficacemente. Utilizzando il concetto di autoefficacia, Randhawa et al. (1993) hanno ipotizzato che l'aspettativa che il soggetto possiede sulla sua abilità di svolgere con successo un determinato compito agisca da mediatore fra attitudine e successo nel compito. In effetti, il caso rappresentato dal soggetto che sarebbe in grado di risolvere il compito, ma non si impegna a fondo, o non persiste dopo il primo insuccesso, costituisce un nodo cruciale della prestazione durante la soluzione di problemi.

Potremmo osservare un po' paradossalmente che molti fallimenti nella soluzione di problemi si verificano anche in persone che, in realtà, sono in grado di risolverli. Nel contesto scolastico è norma attendersi che gran parte dei compiti siano legati ad abilità e contenuti insegnati a tutti e quindi siano alla portata di quasi tutti gli studenti. Si tratta generalmente di problemi o compiti di tipo B (Mosconi, 1990), in cui non si richiede di trovare una chiave di soluzione particolare. Il soggetto sperimenta, dopo l'insuccesso, un'impressione di insufficienza (Mosconi e D'Urso, 1973) che avrebbe potuto essere colmata. Inoltre, molti problemi anche extrascolastici e/o di tipo *insight* si caratterizzano per il fatto che la soluzione non viene in mente, ma non perché il soggetto non sia in grado di portare avanti il percorso di soluzione: infatti, quando viene data la soluzione, il soggetto la comprende e si domanda perché non ci aveva pensato (Mosconi e D'Urso parlano anche, a questo proposito, di impressione di errore e dello stupore del soggetto per il fatto di non averci pensato, si veda Mosconi e D'Urso, 1973). Poste queste premesse, la convinzione di essere in grado di svolgere il problema contribuisce alla persistenza nel compito e allo sforzo verso la ricerca di percorsi differenti, di strategie appropriate, ecc. In effetti, come si osservava più sopra, il coinvolgimento emotivo e della propria autoimmagine sembra essere maggiore nel caso della soluzione di problemi, perché le componenti del rischio e dell'autovalutazione sono maggiormente presenti. Per gran parte delle persone non è piacevole iniziare un'attività in cui è facile sbagliare e l'errore è immediatamente e insindacabilmente rilevabile. Questo può costituire elemento di attrazione e di sfida (come un attacco a rete nel tennis o un indovinello) se ci si sente adeguati e si ritiene di potercela fare. In caso contrario, si sviluppa un'ansietà che aumenta al primo insuccesso e che invita a desistere o comunque fa perdere lucidità e concentrazione.

Dall'intervista alla ragazzina di prima media riportata sopra, si possono ricavare molte altre informazioni sulla concettualizzazione della matematica negli studenti, per esempio sul ruolo dell'intuizione, sulla richiesta di comprendere, sulla natura più definitiva, dicotomica dell'errore e sulle sue più gravi conseguenze. Queste idee sono certamente collegate all'idea più generale dei ragazzi sulla matematica e che Schoenfeld (1985) ha chiamato «epistemologia matematica».

La conoscenza metacognitiva sulla matematica nel bambino

Torniamo ora a considerare il caso di bambini o ragazzi della scuola dell'obbligo per passare dal piano delle idee generali sulla matematica a quello di elementi specifici di conoscenza metacognitiva. Le conoscenze più significative e influenti riguardano probabilmente i casi in cui lo studente non svolge l'attività in maniera automatica, quindi soprattutto il problem solving (su cui infatti gli effetti di training metacognitivi si fanno particolarmente sentire). D'altra parte, per un bambino, anche le operazioni più elementari non sono automatizzate e può essere interessante pertanto, da un punto di vista metacognitivo, esplorare le sue idee relative alle operazioni mentali che svolge (lasciando invece da parte, con probabile delusione del lettore, l'aspetto relativo alla logica mentale del bambino, da un lato, e delle operazioni, dall'altro, aspetti che a nostro modo di vedere non ineriscono direttamente alla metacognizione).

Carr e Jessup (1994) hanno analizzato le conoscenze metacognitive in bambini di prima elementare intervistando individualmente alcuni alunni nei mesi di ottobre, gennaio e maggio. In ognuna di queste sessioni (che venivano filmate) i bambini risolvevano 10 problemi di addizione e 10 problemi di sottrazione. Dopo aver svolto un problema, venivano intervistati sul metodo che avevano seguito per risolverlo. La loro conoscenza delle strategie veniva valutata chiedendo quali erano le ragioni per cui avevano usato differenti strategie. Per esempio, quando il bambino mostrava di aver usato una particolare strategia (contare con le dita, ecc.), l'esaminatore diceva: «Ho notato che hai appena usato il sistema xx (di contare con le dita o altro) per risolvere il problema. Perché hai dato la risposta con questo metodo?». Si indagava quindi se il bambino aveva un'idea generale del valore della strategia usata: «Quando pensi che sia giusto usare il sistema xx (contare con le dita, ecc.) per risolvere problemi matematici?». Queste domande venivano poste dopo ogni problema, nel momento cioè più appropriato per riuscire a ricavare qualche idea dal bambino (con le inevitabili ripercussioni sul piano metodologico); è evidente che non potevano riguardare, per non influenzarlo, strategie non utilizzate. Pertanto, alla fine della soluzione di tutti e 20 i problemi, venivano proposte domande di questo tipo: «Quando tu cercavi di risolvere tutti quei problemi, ho notato che non usavi il sistema xx. Perché no? Ci sono casi in cui useresti il sistema xx?». Seguiva quindi una domanda volta a valutare la preferenza del bambino tra cercare di recuperare dalla memoria nozioni già imparate, calcolo mentale o cercare un aiuto da parte dell'insegnante: i tre tipi di strategie erano rappresentati con figure e venivano proposti a coppie per le quali il bambino doveva compiere la sua scelta, che doveva essere successivamente motivata. I bambini venivano poi sottoposti ad ulteriori esami sia a livello individuale, sia a livello di attività all'interno della classe.

Carr e Jessup (1994) hanno potuto vedere, in linea generale, come il passaggio delle bambine a un uso corretto delle strategie esterne avvenisse fra la prima e la seconda sessione, mentre durante il successivo intervallo i maschi mostravano un tipico passaggio alla corretta strategia di recupero. Sia per i maschi che per le femmine, ma soprattutto per i primi, questo passaggio era facilitato dalla situazione di attività all'interno del gruppo classe. L'uso di tutti e tre i tipi di strategie era comunque significativamente correlato al punteggio che il bambino aveva ottenuto nell'intervista metacognitiva. Per la Carr, la metacognizione guiderebbe l'adozione delle strategie e in particolare stimolerebbe il bambino all'uso di nuove strategie mentali o lo aiuterebbe a capire quando è appropriato utilizzare una strategia basata sul recupero di informazioni già note.

L'esistenza di un rapporto fra livello metacognitivo generale, specifico alla matematica, e successo nella disciplina è stata ormai messa in luce da varie ricerche, tra cui ricordiamo quelle condotte dalla Carr e collaboratori e le nostre. È inutile ricordare che questo tipo di ricerca non definisce la direzione del rapporto, e tuttavia essa induce a riflettere sulla interazione dei due aspetti. In una delle prime nostre ricerche (Lucangeli et al., 1991) abbiamo esaminato le caratteristiche metacognitive di bambini del secondo ciclo elementare con disturbi generalizzati dell'apprendimento oppure con disturbi specifici relativi alla lettura o alla matematica. Questi tre gruppi di soggetti sono stati messi a confronto in varie prove, tra cui due questionari di conoscenza metacognitiva relativi alla lettura e alla matematica, con bambini di pari livello intellettivo e normale apprendimento scolastico. Non esistendo alcun questionario per la matematica, procedemmo noi a costruire una serie di domande che furono in grado di evidenziare una differenza fra tutti e tre i gruppi-problema e il gruppo controllo. Per esempio, il gruppo con difficoltà di comprensione presentava punteggio basso sia nel questionario metacognitivo relativo alla lettura, che in quello relativo alla matematica. Questo risultato potrebbe essere attribuito a una difficoltà di comprensione e produzione linguistica del gruppo, una spiegazione che però non potrebbe valere per l'ancor più sorprendente risultato per cui i soggetti con difficoltà di matematica, ma di normale livello di comprensione, presentavano basso punteggio non solo al questionario di matematica, ma anche a quello di lettura (che era il questionario di De Beni e Pazzaglia nella versione originale del 1990): un risultato che suggerisce come i soggetti con disturbi di apprendimento possano avere un deficit generalizzato di riflessione metacognitiva.

Il Questionario usato in quella ricerca è stato successivamente modificato più volte, fino ad una versione più ampia, in quattro parti, che costituisce elemento integrante del presente programma. Per esempio, in una indagine sul rapporto fra processi di controllo e successo nelle varie aree della Matematica (Lucangeli e Cornoldi, 1995) ci siamo basati sulle prove standardizzate di Matematica di Soresi e Corcione (1992), che distinguono, fra le altre cose, aree di aritmetica e problem solving e, per ogni item, abbiamo chiesto al soggetto — sia prima di affrontarlo, sia dopo averlo eseguito — di rispondere a domande sulla previsione del successo, sulle operazioni richieste di pianificazione, monitoraggio e sulla valutazione della bontà del risultato, trovando correlazioni altissime fra le variabili esaminate. In seguito, con Bosazzi e Lonciari (1995), abbiamo elaborato una versione più semplice del Questionario che comprendeva quindici domande e forniva soltanto un punteggio complessivo di metamatematica. Delle 15 domande, alcune riguardavano i processi di controllo (aspetto su cui torneremo più avanti), ma altre erano relative a conoscenze. Per esempio, un item richiedeva di mettere in ordine di difficoltà le seguenti moltiplicazioni: 15 x 4, 16 x 5, 415 x 3, 394 x 2, 176 x 9, 428 x 37, 711 x 129. Non dovrebbe essere difficile capire che alcune di queste moltiplicazioni sono particolarmente semplici e altre particolarmente complesse, eppure più della metà dei bambini di quarta che sono stati esaminati non appariva in grado di svolgere il compito. In una ricerca successiva (Passolunghi et al., 1995) abbiamo potuto vedere come il successo nel Questionario sia in stretta relazione con l'abilità di soluzione di problemi verbali o aritmetici, di cui metacognizione e abilità di comprensione del testo si dimostrano buoni e indipendenti predittori (in questa ricerca, invece, l'abilità di pianificazione è risultata meno critica). In effetti, la conoscenza metacognitiva appare particolarmente rilevante nell'ambito del problem solving. Innanzitutto ci si può domandare se il bambino ha compreso in che cosa consiste un problema. Abbiamo esaminato questo aspetto proponendo all'alunno problemi e non problemi da discriminare; a livello di domanda esplicita, invece, esso è stato indagato da un Questionario predisposto e utilizzato dalla dr.sa Poli dell'Ist. Stella Maris di Pisa. Un'altra tipica domanda di questi questionari riguarda la possibilità che esistano problemi senza numeri, e mette alla prova una credenza diffusa negli studenti per cui tutti i problemi possono essere risolti mediante l'uso di operazioni aritmetiche (Lester e Garofalo, 1979).

La comprensione della natura di un problema viene sviluppata anche dal nostro programma. Per esempio, facciamo leggere una serie di testi e chiediamo di dire quali di essi propongono dei problemi, oppure forniamo delle serie di dati e chiediamo al bambino di costruire il problema, o ancora presentiamo problemi con dati irrilevanti per far capire che un problema non risponde necessariamente alla tipologia standard per cui ogni dato deve essere analizzato. L'idea del bambino sulle caratteristiche che definiscono il problema tipo sono interessanti e possono essere individuate anche dal modo in cui egli stesso costruisce i problemi o valuta i problemi come ben posti. Per esempio, Lester e Garofalo (1979) hanno messo in luce come il bambino pensi che quello che si deve fare è definito da un singolo quesito che di solito si trova alla fine del testo. Un'altra credenza diffusa è che esiste un solo modo giusto per risolvere un problema, spesso associata all'idea che necessariamente la soluzione richiede pochi minuti di lavoro e che la capacità matematica si identifica alla velocità di soluzione (si veda anche Schommer et al., 1992; Silver, 1980). Un ulteriore aspetto interessante riguarda l'individuazione dei fattori che rendono difficile un problema. Lester e Garofalo (1979) hanno messo in luce l'opinione per cui la difficoltà di un problema è determinata dalla quantità di numeri presenti e/o dalla loro grandezza. In effetti, un problema semplice ma con valori elevati pone delle difficoltà se deve essere svolto a mente, ma diventa molto facile se ci si può servire di carta e matita. I questionari nostro e della Poli permettono anche di evidenziare delle credenze erronee associate ad un rapporto fra difficoltà e lunghezza del testo o numero delle domande poste dal problema. Molti bambini pensano che un problema sia difficile semplicemente perché ha un testo lungo. In effetti, se venisse soltanto letto e il soggetto dovesse tenerne a mente il testo o i quesiti, il problema risulterebbe difficile; non più se si ha a disposizione il testo scritto. Tanto in questo caso, quanto nel precedente (grandezze delle variabili) un eventuale errore metacognitivo sarebbe dovuto quindi a una incapacità di differenziare fra vari contesti e all'utilizzazione, per rispondere, del primo contesto che viene in mente: quello della soluzione mentale del problema. Va aggiunto che la metodica del Questionario basata sulla richiesta frontale è stata associata (e potrebbe esserlo ancora di più) alla metodica dei giudizi comparativi su problemi effettivi, letti ma non svolti, che rende più evidente al soggetto il riferimento al contesto di soluzione.

Processi metacognitivi di controllo nel problem solving

Numerosi item del nostro Questionario richiedono al soggetto di passare in rassegna il proprio modo di procedere al fine di valutare in quale misura vengono utilizzati i processi di controllo.

Specifici modelli metacognitivi di problem solving hanno poi dato particolare spazio a taluni processi di controllo (per una rassegna, si veda anche Lucangeli e Passolunghi, 1995). Per esempio la Brown, nei suoi lavori pionieristici nel campo, descriveva il ruolo dei processi di previsione, pianificazione, monitoraggio e valutazione. Anche Sternberg ha più volte enfatizzato il ruolo dei processi di controllo o «metacomponenti» (si veda Sternberg, 1987), precisandone sei: la decisione sulla natura del problema, la selezione delle componenti per la soluzione, la selezione di una strategia per la combinazione degli elementi, la decisione su una rappresentazione mentale, la distribuzione delle risorse e il monitoraggio dei processi di soluzione. In un recente intervento che riprendeva un filo logico già sviluppato in altri studi, Davidson, Deuser e Sternberg (1994) hanno invece assegnato primaria importanza ai processi di identificazione del problema, sua rappresentazione, pianificazione e valutazione finale.

Anche gli autori che hanno evidenziato altri aspetti della soluzione di problemi hanno sottolineato al tempo stesso come il controllo effettuato dal soggetto durante la soluzione abbia una sua importanza o addirittura un peso critico. Un soggetto che affronta un problema dispone di idee generali e specifiche che in parte vengono attivate immediatamente, in parte entrano in gioco quando la situazione problemica si delinea più chiaramente e si sta sviluppando, o quando il processo di soluzione non procede fluidamente e richiede l'intervento di un sistema centrale di controllo. È stato osservato (si veda Jausovec, 1992) che nel pensiero ad alta voce le verbalizzazioni di carattere metacognitivo non sono frequenti (tipicamente sono minori del 10%) e che tuttavia la loro comparsa è predittiva dell'abilità di soluzione (si veda anche Montague, 1992). D'altra parte, un solutore presenta verbalizzazioni che indirettamente ci permettono di risalire ai suoi processi di controllo. Per Davidson, Deuser e Sternberg (1994) la fase dell'identificazione del problema può essere critica. Può infatti succedere che il soggetto non si accorga che esiste un problema o che non riconosca esattamente quale sia. Questo è particolarmente vero per le situazioni naturali in cui i problemi si celano all'interno di contesti complessi o per i casi in cui i problemi sono mal definiti. L'importanza di tale aspetto viene riconosciuta da quegli approcci psicoterapeutici che insistono sul problem solving in cui il soggetto è invitato a chiedersi «Qual è il problema?» in ogni evenienza di riconosciuta difficoltà. Per esempio, il ragazzino che picchia il fratellino più piccolo per poter guardare il canale televisivo preferito (con la conseguenza di essere rimproverato dai genitori e di non raggiungere il suo obiettivo) non ha ben identificato il suo problema, nella struttura di elementi, ostacoli e scopo che vuole conseguire. Per Davidson et al. (1994) l'identificazione del problema è connessa alla sua comprensione corretta, una componente sicuramente centrale nel problem solving (si veda Passolunghi et al., 1995), ma solo indirettamente legata alla metacognizione. Questo aspetto ci riporta alla comprensione del testo e alla metacognizione ad essa associata, ma con gli elementi relativi al caso. Per esempio, si possono avere idee specifiche relative alla struttura di un testo di problema (organizzazione, posizione del quesito, ecc.) e al suo linguaggio (assenza di ridondanze, ecc.): si tratta di una conoscenza metacognitiva comunque modesta, se è vero che anche adulti colti si lasciano ingannare dalla struttura di molti testi, non riconoscendone certe caratteristiche fuorvianti (Mosconi, 1990).

Dopo che il problema è stato compreso, il solutore deve determinare quali sono gli elementi noti, quali quelli sconosciuti e che cosa esattamente viene richiesto. Nel caso dei problemi «mal definiti» (come possono essere considerati molti di quelli che richiedono una soluzione del tipo insight), la difficoltà consiste nel definire il problema in modi nuovi. La comprensione del problema è fortemente aiutata dal recupero di uno schema di memoria che si riferisca a quel tipo di problema. Questo schema, in connessione con un insieme di idee metacognitive sulle tipologie di problemi, è presumibilmente quello che aiuta il soggetto anche a riconoscere la somiglianza fra il problema che ha di fronte e altri svolti in passato o fra vari problemi che vengono proposti in un determinato momento. Questa abilità ricorda per molti versi la sensibilità al testo del lettore metacognitivo ed è connessa al possesso o meno di uno schema ben preciso, o di idee metacognitive generali e specifiche (che cosa è critico in un problema, come si caratterizza un problema di un certo tipo, ecc.) e alla capacità di rintracciare somiglianze fra problemi. Per questa ragione, la ricerca si è occupata abbastanza ampiamente di esaminare l'abilità di classificazione dei problemi. Già Chi, Feltovich e Glaser (1981), nell'indagare le differenze fra soggetti esperti e principianti (novizi), si erano imbattuti in questo tema quando avevano esaminato come i soggetti esperti sviluppano configurazioni più adeguate nelle situazioni-problema, ovvero più ampie, più articolate, capaci di una interpretazione più intuitiva e immediata della realtà. Veniva proposta una situazione sperimentale volta ad esaminare la rappresentazione iniziale dei problemi, che consisteva nel presentare serie di problemi chiedendo al soggetto di non risolverli, ma di metterli in pila a seconda di come li avrebbe risolti. Seguiva una discussione in cui si richiedeva al soggetto una giustificazione delle sue scelte e quindi di disporre la classificazione secondo un'organizzazione gerarchica dei problemi.

La procedura della classificazione è stata ripresa da vari autori, fra cui Swanson e il nostro gruppo, per analizzare le difficoltà di alunni della scuola dell'obbligo nella soluzione di problemi. In una ricerca recente (Swanson et al., 1993), Swanson aveva pubblicato dati che sembravano mettere in secondo piano il ruolo della classificazione, ma in una parziale replica della sua indagine abbiamo potuto (Passolunghi et al., 1995) vedere come, al contrario, l'abilità di classificazione possa essere critica. Alcuni alunni di terza, quinta elementare e seconda media, con diversa abilità nella soluzione di problemi, sono stati invitati a classificare serie di problemi (adatti alla loro fascia scolastica) in base alle operazioni matematiche necessarie per la soluzione. Per esempio, ai bambini di terza elementare venivano presentate sei serie di sei problemi e una serie di quattro problemi e veniva detto di fare separatamente per ogni serie dei mucchietti dei problemi che richiedevano le stesse operazioni. Ogni problema veniva presentato su un singolo foglietto e il bambino veniva informato che, per ciascuna serie, poteva essere diverso il numero di mucchietti da fare e poteva capitare che un problema non rientrasse in alcuna serie. Su 40 problemi, i soggetti con normali abilità di problem solving riescono a dare tipicamente 28 classificazioni corrette, mentre soggetti con bassa abilità ne danno un numero medio più basso (16.5). Inoltre, in una analisi di regressione multipla inclusiva di varie abilità che si supponeva fossero relate all'abilità di problem solving, l'abilità di classificazione è risultata il miglior predittore.

Queste osservazioni ci portano a pensare che una buona abilità di soluzione non sia tanto legata a un processo di controllo basato sulla classificazione, quanto a un uso corretto di esso. Infatti tutti i soggetti riescono in qualche modo a classificare, solo che alcuni lo fanno in modo appropriato e altri no. Mayer (1982) ricordava a questo proposito che i bambini tendono a prototipizzare i problemi nel ricordo. Questo dovrebbe valere in maniera particolare per i problemi scolastici che generalmente ripetono alcuni moduli tipici. Per problemi nuovi, o del tipo insight, al di là del fatto che costruirsi uno schema del problema è più difficile, potrebbe rivelarsi estremamente dannoso, perché potrebbe indurre il soggetto a utilizzare lo stesso schema per due problemi diversi e a perseverare lungo un percorso non più appropriato (si veda ad es. Luchins, 1942). Comunque non è detto che ogni classificazione si basi su una categoria o schema di problema già prestabilito. Per esempio, il soggetto può semplicemente richiamare alla mente il ricordo di un singolo problema e usarlo come punto di riferimento, oppure può basarsi sui giudizi di somiglianza. Weaver III e Kintsch (1992) hanno osservato come la ricerca di somiglianze appropriate tra problemi complessi possa portare a una migliore comprensione degli stessi.

Nella disamina dei processi di controllo implicati nel problem solving stiamo procedendo sequenzialmente per ragioni di chiarezza, ma deve essere chiaro che fasi connesse come quelle della rappresentazione del problema e della pianificazione non sono necessariamente successive, ma anzi si intrecciano e in parte si sovrappongono alle precedenti. Molti autori hanno cercato di caratterizzare una fase di «rappresentazione» o «codifica» in parte distinta dalla semplice comprensione del problema. Davidson et al. (1994) descrivono il processo di «rappresentazione» come la «costruzione di una mappa mentale degli elementi, delle relazioni fra gli elementi e degli scopi» (p. 210) che si basa sulla selezione, reinterpretazione e riorganizzazione degli elementi offerti dal testo del problema. Coerentemente con quanto ipotizzato da vari autori (si veda per es. Denis, 1991), le mappe mentali non sono di un unico «formato» astratto, ma possono assumere vari formati più o meno funzionali a seconda del tipo di problema proposto. Inoltre, problemi nuovi e «creativi» possono richiedere operazioni selettive, volte a codificare specifici aspetti del problema (codifica selettiva), o a combinarli o confrontarli in modo selettivo. Consideriamo i due esempi che seguono:

1. Un giorno decidi di visitare lo zoo. Mentre sei là, vedi un gruppo di struzzi e di zebre. Tutti insieme hanno ventotto occhi e quarantaquattro zampe. Quanti animali ci sono?
2. Giorgio vuole friggere tre uova il più rapidamente possibile. Sfortunatamente, il suo tegamino può contenere solo due uova; ogni uovo richiede due minuti per lato per essere cucinato. Qual è la quantità minima di tempo necessaria a Giorgio per friggere le sue uova?

Il primo di questi problemi richiede l'appropriata focalizzazione su cosa è richiesto e quindi la codifica selettiva dell'unica informazione necessaria (28 occhi) per cui, comunque, sia struzzi che zebre hanno due occhi e quindi il numero complessivo degli animali è quattordici. Il secondo problema richiede invece una combinazione selettiva degli elementi: se i pezzi di informazione sono messi assieme in maniera appropriata, il soggetto capisce che non è necessario cucinare in primo luogo interamente due uova e poi compiere l'operazione aritmetica per ultima (con un tempo complessivo di otto minuti), ma si può eseguire un avvicendamento opportuno per cui alla fine si impiegheranno sei minuti.

La fase della rappresentazione è strettamente legata a quella della classificazione, sia perché — se anticipata — può aiutare a dare una classificazione più corretta, sia perché è influenzata da una catalogazione del problema (se si è capito di quale tipo di problema si tratta, si può dare avvio alle operazioni di rappresentazione che sembrano più opportune). A sua volta, pertanto, entra in gioco l'attività iniziale di pianificazione, che prevede che gli elementi vengano organizzati in un certo modo. Giustamente è stato più volte osservato come l'attività di pianificazione iniziale di un buon solutore possa essere molto limitata, soprattutto per problemi noti. Davidson et al. (1994) osservano che la pianificazione iniziale tende ad essere relativamente astratta, poco concreta e poco completa. I buoni solutori, procedendo nella soluzione, devono tenere sotto controllo, aggiornare e completare il piano iniziale. Inoltre, al di là dell'efficienza del piano elaborato, esso ha comunque implicato dei costi (il soggetto ha dovuto impiegare tempo e risorse cognitive, ha dovuto sforzarsi per evitare di distrarsi durante la concentrazione in operazioni mentali di pianificazione abbastanza astratte) che in molti casi non sono compensati dai benefici poi avuti durante la soluzione. Se questo è vero, un soggetto con buone abilità metacognitive non è necessariamente quello che pianifica maggiormente, ma quello che sa capire fino a che punto è appropriato pianificare e quando è necessario aggiornare e completare il piano. Si tratta di abilità che sono in relazione con una più generale abilità di autoregolazione.

La tecnica del pensiero ad alta voce si è rivelata preziosa per lo studio di questi e altri aspetti del pensiero. Essa era già stata analizzata nel 1972 da Mosconi e ha trovato poi ampio seguito con Ericsson e Simon (1980). Con questa tecnica De Jong (1990) ha osservato, durante l'attività di soluzione, processi di trasformazione (es. copiare, collegare), orientamento (es. riflettere sulle proprie caratteristiche di solutore), monitoraggio (es. notare parole non capite), direzione (es. dividere il problema in parti), esame (es. confrontare due parti del testo), stimolazioni (es. fare domande). Il lettore interessato ad uno schema di notazione piuttosto complesso (le sei categorie di processo di controllo includono complessivamente 49 tipi diversi di comportamento!) lo può trovare nel lavoro citato (p. 152) che presenta una testimonianza di come la tematica possa essere oggetto di differenziazioni e articolazioni (uno schema analogo, ma un po' semplificato è riportato da Montague, 1993). Un risultato generale della ricerca di De

Jong è comunque quello per cui una misura della self-regulation inferita dal pensiero ad alta voce costituisce un buon predittore della prestazione del soggetto. Questo è un dato generale che sembra essere abbastanza credibile e conferma le osservazioni di Jausovec (1992) precedentemente citate, anche se talvolta può essere stato eccessivamente enfatizzato. Infatti non c'è ragione per ritenere che un buon solutore debba necessariamente passare per un numero elevato di processi di controllo. Un buon solutore è spesso rapido, efficiente, già consapevole dei percorsi da seguire e da evitare, per cui può preoccuparsi in misura inferiore di avviare vari processi di controllo: il suo pensiero ad alta voce potrebbe evidenziarne meno non solo in numero assoluto (il soggetto, essendo più rapido, offre un numero minore di verbalizzazioni), ma anche proporzionalmente (anche se normalmente il valore proporzionale è maggiore) al numero di verbalizzazioni fornite. Dunque un buon solutore non è chi ha più processi di controllo, ma chi — al momento opportuno — capisce quali usare e ne fa un uso appropriato.

Un altro aspetto che è stato rilevato dalla ricerca basata sulla tecnica del pensiero ad alta voce è la funzione di autoregolazione che la stessa tecnica implica. È noto che la tecnica, se utilizzata con determinate cautele, è considerata poco intrusiva per il problem solving (si veda Ericsson e Simon, 1980; 1984), e non ne modifica sostanzialmente il processo; d'altra parte, l'autocontrollo è facilitato dalla verbalizzazione di cui sarebbe in parte una forma di interiorizzazione (si veda Luria, 1971). La verbalizzazione sembra aiutare a risolvere problemi di vario tipo, come la torre di Hanoi o il problema delle quattro carte (si veda Dominowski, 1990): l'aiuto infatti è stato osservato in casi in cui il soggetto non pensava semplicemente ad alta voce, ma doveva dare le ragioni per le sue mosse. D'altra parte, queste sono parte tipica del pensiero ad alta voce e, come osserva Dominowski, le ragioni date dai suoi soggetti potevano essere estremamente banali, per cui è da pensare che la verbalizzazione non migliorasse semplicemente il livello del ragionamento quanto l'autoregolazione, perché coinvolge in misura maggiore l'attenzione del soggetto, la propensione a valutare l'andamento della prova ecc., secondo modalità simili a quelle proposte dai programmi di automonitoraggio.

Riferimenti teorici e caratteristiche del programma

«L'educazione matematica — è scritto nei Nuovi programmi per la scuola elementare — contribuisce alla formazione del pensiero nei suoi vari aspetti: di intuizione, di immaginazione, di progettazione, di ipotesi e deduzione, di controllo e quindi di verifica o smentita. Il pensiero matematico è caratterizzato dall'attività di risoluzione dei problemi. Di conseguenza le nozioni matematiche di base vanno fondate e costruite partendo da situazioni problematiche concrete, che scaturiscano da esperienze reali del fanciullo e che offrano anche l'opportunità di accertare quali apprendimenti matematici egli ha in precedenza realizzato, quali strumenti e quale strategia risolutiva utilizza e quali sono le difficoltà che incontra.»

Se i programmi della scuola elementare chiedono questo (e, in maniera complementare, anche i programmi delle scuole medie), e se dunque stabiliscono il rapporto tra la capacita di risolvere i problemi e lo sviluppo del pensiero, va detto che anche i recenti studi psicologici sul rapporto tra i processi superordinati di pensiero e le abilita matematiche attengono soprattutto a quella parte di abilità che interviene in compiti di problem solving.

Soprattutto riguardo «l'educazione del pensiero matematico», le scienze psicopedagogiche definiscono almeno alcuni criteri indispensabili a cui i *training* di intervento per la promozione di abilità cognitive e metacognitive devono rispondere. Ovvero, nell'ambito degli stessi obiettivi d'insegnamento devono:

– rifarsi agli esiti delle ricerche teoriche e sperimentali riguardo i processi cognitivi e metacognitivi implicati nell'apprendimento della matematica;
– adottare una didattica in cui l'attenzione ai contenuti è affiancata, dall'«attenzione al metodo» della conoscenza;
– garantire tale «attenzione al metodo» portando gli alunni ad un uso via via più consapevole delle proprie conoscenze, anche in termini di intervento e di controllo sull'esecuzione del compito.

In particolare, il *training* che qui vogliamo descrivere, oltre a tali caratteristiche, cerca di tener conto anche delle indicazioni dei Programmi scolastici (II ciclo della scuola elementare in continuità almeno con il primo anno della scuola media) e delle riflessioni che le scienze psicopedagogiche propongono rispetto alle componenti emotivo-motivazionali dell'apprendimento.

Il riferimento teorico di base è ricavato dagli studi sulla relazione tra competenze cognitive, metacognitive e abilità di problem solving matematico. L'obiettivo principale del programma consiste nella promozione:

– dell'atteggiamento metacognitivo in matematica;
– dei processi di controllo superordinato sull'esecuzione del compito.

Per maggiore chiarezza si vedano le aree generali e gli obiettivi specifici. Come si può vedere, la *prima parte* (aree A-E) del programma riguarda aree generali relative prevalentemente alla consapevolezza metacognitiva e obiettivi specifici che si propongono la promozione, oltre che di tale atteggiamento, anche delle componenti cognitive coinvolte nella comprensione e nella soluzione di problemi matematici. Ci sembra inoltre importante evidenziare la quarta area (avere un atteggiamento positivo verso la matematica) per la sua valenza metacognitiva anche in termini di motivazione e di attribuzione del successo.

Le aree della *seconda parte* (aree F-L) del programma riguardano più da vicino quei processi che anche sulla base di precedenti ricerche si sono dimostrati fortemente coinvolti nelle abilità di soluzione di compiti matematici. L'intero programma è stato formulato come uno strumento di lavoro per insegnanti e operatori che si occupano delle abilità di apprendimento. Anche in ambito scolastico il programma si propone di rispondere ad almeno alcuni dei principali obiettivi d'insegnamento curricolare.

In particolare:

– è stato pensato, anche in termini di contenuti, per il secondo ciclo della scuola elementare e almeno per il primo/secondo anno della scuola media;
– offre spunti di discussione e riflessione che possono essere applicati ad esercizi e contenuti ritenuti utili dagli insegnanti;
– può essere usato sia complessivamente che in ciascuna sua parte, e per gruppi di obiettivi, a seconda delle caratteristiche individuali degli alunni e degli scopi dell'intervento;
– può essere usato inoltre sia collegialmente per interi gruppi classe, che individualmente o per gruppi di livello.

Usato individualmente, può accompagnare interventi di potenziamento e recupero di difficoltà di comprensione e soluzione di problemi matematici.

Usato collegialmente, può promuovere un atteggiamento più maturo nei confronti della conoscenza matematica.

Questionario metacognitivo

Il programma comprende un questionario di verifica iniziale (e finale) relativo al livello di competenza metacognitiva, e circa 50 unità didattiche. Per ciò che riguarda il Questionario, questo è composto di 4 differenti sezioni.

La prima sezione comprende domande aperte finalizzate ad accertare il livello di consapevolezza generale verso le caratteristiche della matematica (possibili cause d'errore in aritmetica e in problem solving; atteggiamento strategico; consapevolezza delle competenze cognitive e delle funzioni, attenzione, memoria, ecc., necessarie in compiti matematici) e le principali motivazioni e attribuzioni di successo/insuccesso.

Nella seconda sezione sono presentate delle situazioni tipiche in cui un alunno può trovarsi durante lo svolgimento di un compito matematico. Ciascun alunno deve

TABELLA 1

Risultati per le sezioni del questionario

	RISULTATI COMPLESSIVI			4ª ELEMENTARE			5ª ELEMENTARE			1ª MEDIA		
	Sezioni del questionario			Sezioni del questionario			Sezioni del questionario			Sezioni del questionario		
	B	C	D	B	C	D	B	C	D	B	C	D
$\overline{X}$	52.38	19.73	24.32	52.5	20.22	23.31	52.51	19.27	25.21	51.90	19.18	25.56
d.s.	6.25	3.18	6.17	4.96	3.12	6.1	7.89	3.51	6.22	6.62	2.68	5.76
Moda	56	20	26	54	20	21	56	20	27	53	20	26
1° Decile	45	16	16	46	16	14	44	14	16	42	16	19
2° Decile	47	18	19	48	18	18	48	16	20	45	18	20
3° Decile	50	18	21	50	18	21	51	18	22	49	18	23
4° Decile	52	20	23	52	18	21	52	20	24	51	18	25
5° Decile	53	20	25	53	20	24	54	20	26	53	20	26
6° Decile	55	20	26	54	22	26	57	20	27	55	20	27
7° Decile	56	22	27	56	22	27	57	22	28	56	20	28
8° Decile	57	22	29	57	22	29	57	22	30	57	22	30
9° Decile	59	24	32	58	24	32	60	22	33	60	22	33
Attendibilità test-retest	0.69	0.40	0.42									
Validità (correlaz. con problem-solving)	0.33	0.41	0.15									

Numero totale bambini 236

indicare quanto spesso si trova in situazioni analoghe (spesso – qualche volta – mai). L'intera sezione ha lo scopo di individuare gli stati mentali più frequenti sia rispetto ai compiti di matematica, alle proprie competenze e alle condizioni emotive che accompagnano l'apprendimento.

Anche la terza sezione è relativa alla consapevolezza metacognitiva. Più specificatamente, però, tale sezione cerca di individuare le credenze comuni relative alla soluzione di compiti matematici. In particolare, ciascun alunno deve indicare come «vero-falso» ogni affermazione proposta dagli item.

La quarta sezione del questionario è rivolta a sondare le componenti sovraordinate di previsione, pianificazione, monitoraggio e valutazione. Alcuni item si riferiscono anche all'attribuzione delle cause di successo/insuccesso.

La tabella 1 riporta alcuni dati indicativi dei punteggi del Questionario. I dati complessivi si riferiscono a un campione (La Spezia, Padova) di 236 bambini, frequentanti la quarta elementare (119), la quinta (68) e la I media (49).

Le unità di insegnamento

Per ciò che riguarda le *unità di insegnamento*, queste contengono esercizi e problemi matematici di complessità variabile che seguono il criterio di gradualità sia nelle attività proposte che nella successione degli obiettivi specifici all'intervento di ciascun obiettivo generale. Ciascuna unità è formulata in modo da guidare l'alunno a prendere consapevolezza:

– del compito e delle sue richieste;
– di come intervenire e attraverso quali funzioni della mente;
– di quali strategie usare, e di come imparare a trovarle (o a formularle) e a controllarne l'applicazione.

Rispetto a tali aspetti, le unità didattiche prevedono anche di usare feedback relativi all'efficacia individuale e all'esecuzione del compito. Usano cioè un «metodo dialettico», una riflessione dialogata con l'alunno, il quale, mentre esegue il compito, è chiamato a riflettere su ciò che sta facendo, su come lo sta facendo e sul perché. L'insegnante assume in tale contesto il ruolo di guida esperta. Anche il gruppo di coetanei collabora in tal senso, per facilitare l'autoriflessione e il controllo consapevole sul compito.

L'intero programma è stato oggetto di sperimentazione in molte scuole del territorio nazionale (IV-V elementare e I media); è tuttora sperimentato da varie scuole e da operatori specializzati dei servizi evolutivi su soggetti segnalati con disturbi di apprendimento della matematica. Contiamo di descrivere gli esiti di queste sperimentazioni in lavori che compariranno su riviste psicopedagogiche nazionali. Ringraziamo comunque fin d'ora le realtà educative e gli operatori che hanno accolto con entusiasmo le prime proposte di sperimentazione e hanno offerto i primi feedback, in base ai quali abbiamo migliorato varie unità. Non potendo menzionare tutte queste realtà, ci limitiamo a ricordare il poderoso lavoro svolto nelle province di La Spezia (coordinato dal dott. Manfredini e che ha interessato, fra le altre, le Scuole Rebocco, 2 Giugno, Alfieri di La Spezia, Schiaffini di S. Stefano Magra, Paggi di Lerici, Palvattisia di Castelnuovo Magra) e di Padova (che ha interessato la Scuola Don Bosco di Torreglia, la Scuola

Elementare di S. Ambrogio di Trebaseleghe, la Scuola Media di Bastia, l'Educandato di Montagnana). A titolo di esempio riportiamo qualche informazione sulle sperimentazioni svolte in provincia di Padova.

Riscontri di alcune sperimentazioni

La sperimentazione di Torreglia ha interessato due classi quinte, di cui una di controllo. La V B è formata da 18 alunni, mentre la V C da 19. Entrambe le classi non presentano allievi con grosse difficoltà di apprendimento e sono globalmente omogenee; la V C presenta un maggior numero di alunni con ottimo livello di apprendimento.

Durante la normale attività didattica, agli alunni sono state somministrate due unità relative alla seconda parte del programma e, precisamente, quelle corrispondenti ai processi di controllo, di comprensione e previsione, per un totale di due ore alla settimana e per un periodo complessivo di circa tre mesi, a partire dalla metà del mese di febbraio a fine maggio. Il materiale veniva letto dall'insegnante che illustrava il contenuto e stimolava la discussione per motivare gli alunni e catturare il loro interesse. Volta per volta veniva ripresa l'attività svolta nella lezione precedente. I bambini venivano invitati a riflettere e si controllava, via via, la comprensione di quanto veniva richiesto da domande comuni. Talvolta l'insegnante ha dovuto fornire delle spiegazioni sul lessico utilizzato e ha stimolato il confronto comune dei risultati delle varie parti.

A Torreglia è stato possibile esaminare anche un gruppo di controllo. Non possiamo sapere fino a che punto i due gruppi inizialmente fossero confrontabili. Tuttavia, la sperimentazione metacognitiva è associata alla classe ha successivamente mostrato che i migliori esiti ad un test di soluzione di problemi (test di Matematica di Amoretti e collaboratori, Univ. di Pavia) e ad alcuni aspetti metacognitivi, come si può vedere nella tabella 2:

TABELLA 2

Alcuni riscontri della sperimentazione	**Gruppo sperimentale** $\bar{x}$	**d.s**	**Gruppo controllo** $\bar{x}$	**d.s**	**p.**
Punteggio in problem solving	9.88	2.39	7.59	3.34	0.028
Miglioramenti metacognitivi:					
Intero Questionario	1.75		0.68		
Sezione D	4.09	7.46	5.49	2.08	0.043

La sperimentazione di S. Ambrogio di Trebaseleghe ha interessato una IV classe elementare di 16 alunni. Essendo il plesso formato da sole 5 classi, non è stato possibile abbinare alla classe sperimentale una classe di controllo.

Ai bambini è stato somministrato, prima e dopo il programma, il questionario di «Metacognizione e Matematica» atto a indagare la consapevolezza che essi hanno dei loro processi di controllo e le loro opinioni sulla matematica e sullo stile attributivo. Al questionario venivano affiancati 13 problemi che si proponevano di verificare lo stato di preparazione/padronanza, relativo al problem solving, dei soggetti in questione. La classe sperimentale è una classe «difficile» in quanto vi è al suo interno un cospicuo gruppo di soggetti (8) che presentano gravi difficoltà nel generalizzare le conoscenze acquisite. Sono bambini che posseggono una sufficiente padronanza della strumentalità di base, ma non riescono, in contesti nuovi, a generalizzarla. Le schede proposte ai bambini riguardano la II parte del programma, «Promozione dei processi metacognitivi di controllo» e, più precisamente, le aree generali F e G relative alla comprensione e alla previsione.

Il tempo dedicato alla sperimentazione è stato di due ore alla settimana per circa tre mesi. Si ricorda che durante la sperimentazione la frequenza scolastica è stata più volte interrotta per festività pasquali, elezioni politiche, uscite didattiche e gite; interruzioni, queste, che hanno notevolmente influito sui processi di attenzione/concentrazione degli alunni. Durante le ore di matematica, l'insegnante-sperimentatore (nei giorni dedicati alla sperimentazione) presentava agli alunni le schede relative al programma appositamente rilegate in fascicoli. Conclusa l'attività, i fascicoli venivano ritirati dall'insegnante e lasciati in classe.

Le schede venivano sempre presentate dall'insegnante che ne illustrava il contenuto, dava spiegazioni a livello lessicale e rispondeva ad eventuali domande formulate dagli alunni. È stato dedicato molto tempo alla riflessione metacognitiva presente in ogni unità e alla discussione/confronto tra gli alunni. La compilazione delle schede avveniva sia a livello individuale che di piccolo gruppo, a seconda delle consegne riportate nelle unità. Il lavoro veniva sempre concluso con una discussione collettiva sui risultati. Si evidenziava, di solito, come non esistessero risposte giuste o sbagliate, ma opinioni diverse sulle proprie attività di pensiero, cosa su cui i bambini erano invitati a riflettere. Si è fatto in modo che il bambino affrontasse le attività proposte con interesse e motivazione ed è stato più volte ribadito come tale attività fosse priva di «valutazione» o «quantificazione espressa in voti».

La sperimentazione di Bastia è stata condotta in una classe di I media dell'Istituto «A. Manzoni» della provincia di Padova.

Nell'istituto ci sono due sezioni di classe prima: una, a tempo normale, che studia il francese come lingua straniera; l'altra conduce la sperimentazione di bilinguismo in inglese e francese.

La classe I che ha condotto la sperimentazione frequenta a tempo normale ed è composta da 19 alunni.

La sperimentazione è iniziata a febbraio con la somministrazione del questionario d'entrata. Si è fatta quindi una cernita all'interno della seconda parte del programma e si sono scelti i seguenti processi di controllo: comprensione, previsione, monitoraggio. Non è stato possibile svolgere tutta la seconda parte per motivi di tempo.

I ragazzi, come abbiamo già detto, erano entusiasti e soprattutto dimostravano molta applicazione nel lavoro. Hanno subito colto che la diversità delle loro risposte poteva essere una ricchezza da recuperare per cercare sempre nuove strategie consapevolezza. Il sommarsi di molte unità in uno spazio temporale ristretto ha prodotto una certa stanchezza finale che tuttavia non ha diminuito la motivazione al lavoro.

Dato il carattere iniziale della sperimentazione e i problemi relativi all'identificazione di misure appropriate per valutare l'impatto del programma, non è possibile riportare dati sistematici sugli esiti delle sperimentazioni.

Una misura utilizzata è stata il Questionario «Metacognizione e Matematica» proposto prima e dopo il trattamento. Poiché il Questionario valuta consapevolezze, non c'era da attendersi una variazione quantitativa notevole, ma piuttosto una qualitativa (per esempio chi è più consapevole è anche più critico). Comunque, alcuni riscontri positivi del programma ci sono stati. In tabella 3 riportiamo i punteggi medi della Sezione C del Questionario ottenuti da 61 ragazzi (riferiti anche ad un'altra sperimentazione qui non descritta) prima e dopo il programma:

TABELLA 3

Alcuni riscontri della sperimentazione	**Prima del programma** $\bar{x}$	**d.s**	**Dopo il programma** $\bar{x}$	**d.s**	**p.**
Sezione C del Questionario	19.57	3.5	23.59	8.77	< 0.001

Va precisato che i punteggi di questi ragazzi sono rimasti uguali per la sezione B e lievemente diminuiti per la sezione D del Questionario.

Alcune raccomandazioni per l'utilizzazione del programma

Questo programma è il risultato di alcuni anni di lavoro e di sperimentazioni. Data la complessità e la delicatezza della tematica, consideriamo il programma tutt'altro che definitivo. Abbiamo però ritenuto opportuno farlo conoscere, già in questa forma, perché pensiamo che comunque possa essere utile e speriamo che chi lo utilizzerà possa farci avere utili riscontri. Inoltre, la versione a stampa agevolerà l'effettuazione di sperimentazioni più controllate di quelle svolte fino ad oggi. In questo modo sarà possibile ottenere delle stime più accurate degli effetti di questo programma, anche se pensiamo che tali stime debbano tenere conto del fatto che un insegnamento metacognitivo della matematica potrà avere benefici effetti più a lungo termine (quando le riflessioni e le procedure proposte saranno state interiorizzate e automatizzate dal ragazzo) che immediatamente dopo la proposta di materiali a tale scopo. Inoltre, chi voglia svolgere sperimentazioni sistematiche dovrà compiere attente valutazioni nella scelta delle variabili e delle procedure implicate nella verifica finale. Per esempio, il Questionario appare solo parzialmente idoneo, perché — come abbiamo altrove dimostrato — un ragazzino stimolato ad una riflessione più attenta può porsi ad una seconda autovalutazione in posizione critica e quindi usare un metro diverso, anche più severo. Va aggiunto che le indagini sulle proprietà psicometriche del Questionario sono tuttora in corso e quindi solo in una seconda fase sarà possibile avere una versione meglio controllata di esso.

Nell'uso dei nostri materiali l'insegnante (o l'operatore) dovrà pertanto tenere conto:

– del carattere sperimentale delle schede;
– della possibilità che esse possano essere modificate;

– della possibilità di modificare i percorsi (per esempio, scegliendo solo alcune schede di una o più aree);
– del carattere «esplorativo» del Questionario Metacognitivo.

Nelle riviste psicopedagogiche nazionali verranno forniti dati e elementi che permetteranno all'utilizzatore del programma di aggiornarlo o di raddrizzare il tiro.

BIBLIOGRAFIA RELATIVA ALLE AREE DIDATTICHE

A.A.V.V. (1974), *Progetto Elle. Logica e lingua*, Bologna, Zanichelli.
A.A.V.V. (1992), *Il nuovissimo sussidiario CETEM* (classe IV), Milano, CETEM.
A.A.V.V. (1993), *Dimensione logica. Itinerario programmato nei processi d'apprendimento* (classe V), Milano, CETEM.
A.A.V.V., *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, in riviste del 1993-94 del «Centro Ricerche Didattiche Ugo Morin», Treviso, Istituti Filippin.
Barbanera, A. e De Luca, L. (1992), *Progetto Pitagora* (classe IV e V), Firenze, Giunti-Marzocco.
Bertacci, M. e Monaco, C. (1990), *Progetto Alice* (classe III), Milano.
Bonuccelli Bargellini, S. (1990), *Matelandia*, Milano, Signorelli.
Bonuccelli Bargellini, S., *Matematica: un modo di pensare 2,* Milano, Signorelli.
Colombo Bozzolo, C. (1993), *Logica, insiemi, relazioni: proposte didattiche,* Brescia, La Scuola.
Corcione, D., Soresi, S. e Gruppo Emmepiù (1993), *Prove di matematica per la scuola elementare*, Firenze, O.S.
Cornoldi, C. e Pra Baldi (1980), *Perché il bambino non riesce in matematica*, Pordenone, Erip.
Disney, W. (27 dicembre 1994), *Topolino n. 2039,* Milano, Mondadori.
Lampi, E., *Il libro dei giochi,* Milano, Mursia.
Gaber, G. e Luporini, G. (1994), *E pensare che c'era il pensiero*, Go, Igest s.r.l.
Gaeta, G., Gadola, G. e Falaschi, L. (1988), *Quaderni di matematica* (voll. 4 e 5), Bergamo, Juvenilia, Gruppo Walkover.
Poloni, E. e La Piana, M. (1992), *Problemi di aritmetica e intelligenza*, Brescia, La Scuola.
Reggiani, R. (1985), *Matematica in 3ª, 4ª, 5ª elementare* (3 voll.), Firenze, O.S.
Schminke, C. W. (1992), *Recupero e sostegno in matematica*, vol. 4, *Geometria*, Trento, Erickson, 1992
Thévenet, S. (1987), *Dall'osservazione al calcolo,* (voll. 4 e 5), Torino, Piccoli.
Varga, T. (1972), *Giochiamo alla matematica* (voll. 1 e 2), Firenze, O.S.
Zanoni, R. (a cura di), *Giochi di logica e matematica*, La casa verde.
Villa, S. (1992), *Oltre le parole* (classe V), Milano, Theorema.